

Maria Zaharia

# **Caiet de vacanță** **Matematică**

## **Clasa a VII-a**

**Suport teoretic, exerciții  
și probleme aplicative**

**Ediția a III-a**

**Editura Paralela 45**

# Cuprins

## ALGEBRĂ

|                                                                                                                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE.....</b>                                                                                                                   | <b>5</b>  |
| I.1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional.....                                                     | 5         |
| I.2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical.....                                                                                  | 8         |
| I.3. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale. Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ . Modulul unui număr real..... | 9         |
| I.4. Operații cu numere reale. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ , $a, b \in \mathbb{Q}^*$ , $b$ pozitiv.....                                         | 14        |
| I.5. Media aritmetică ponderată a $n$ numere reale, $n \geq 2$ . Media geometrică a două numere reale pozitive .....                                                | 20        |
| I.6. Ecuația de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbb{R}$ .....                                                                                                     | 24        |
| <b>CAPITOLUL II. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE .....</b>                                                                                                    | <b>27</b> |
| II.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități. Ecuații de forma $ax + b = 0$ , unde $a, b \in \mathbb{R}$ .....                       | 27        |
| II.2. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute.....                                                                                                      | 31        |
| II.3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații.....                                                                             | 34        |
| <b>CAPITOLUL III. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR.....</b>                                                                                                         | <b>39</b> |

## GEOMETRIE

|                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>CAPITOLUL I. PATRULATERUL .....</b>                              | <b>49</b> |
| <b>CAPITOLUL II. CERCUL.....</b>                                    | <b>75</b> |
| <b>CAPITOLUL III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR.....</b>                | <b>87</b> |
| <b>CAPITOLUL IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC.....</b> | <b>97</b> |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| <b>TESTE RECAPITULATIVE .....</b> | <b>110</b> |
|-----------------------------------|------------|

|                      |            |
|----------------------|------------|
| <b>SOLUȚII .....</b> | <b>118</b> |
|----------------------|------------|



## Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

1. a) Dacă  $x$  este un număr natural, întreg sau rațional, atunci  $x^2$  este ..... lui  $x$  și despre numărul  $x^2$  se spune că este .....  
b) Rădăcina pătrată a unui număr pozitiv  $a$  este numărul pozitiv notat ....., al cărui pătrat .....
2. a) Dacă  $a$  și  $p$  sunt două numere pozitive, atunci  $\sqrt{a} = p$  dacă și numai dacă .....  
b) Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural este .....
3. a) Operația prin care se află rădăcina pătrată a unui număr pozitiv se numește ..... din acel număr.  
b) Pentru a extrage rădăcina pătrată dintr-un pătrat perfect se descompune ..... și se folosește proprietatea  $n = p^2 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \dots$ .
4. a) Prin estimare se înțelege .....  
b) A estima rădăcina pătrată a unui număr înseamnă .....  
.....  
.....
5. a) Pentru a estima, pentru a aproxima prin adaos sau prin lipsă la un anumit ordin de mărime rădăcina pătrată dintr-un număr pozitiv care nu este pătrat perfect, se folosește .....  
b) A calcula rădăcina pătrată a numărului 2, care nu este ....., cu o eroare mai mică decât 0,00001, înseamnă a scrie  $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$  cu ajutorul unui ..... și a scrie rezultatul luând în considerație doar ..... zecimale, adică  $\sqrt{2} = \dots$ .
6. a) Dacă  $n \in \{0, 1, 2, 7, 11, 12\}$ , atunci  $n^2 \in \{\dots\}$ .  
b) Dacă  $n^2 \in \{9, 16, 25, 36, 64, 81, 100\}$ , atunci  $\sqrt{n^2} \in \{\dots\} = \dots$ .
7. Se consideră mulțimea  $M = \{8, 121, 72, 144, 49, 169\}$ .  
a) Elementele mulțimii  $M$  care sunt pătrate perfecte sunt .....  
b) Rădăcinile pătrate ale numerelor naturale pătrate perfecte din mulțimea  $M$  sunt .....

- 8.** a) Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi: .....  
b) Dacă ultima cifră a unui număr natural este 2, 3, 7 sau 8, atunci numărul respectiv .....
- 9.** a) Dacă ultima cifră a unui număr este 4, atunci numărul respectiv poate .....  
sau .....  
b) Numerele 14, 24, 34, 44, 54 ș.a.m.d. au ultima cifră 4 și nu sunt .....  
c) Numerele 4, 64, 144, 324 ș.a.m.d. au ultima cifră 4 și sunt .....  
 $4 = 2^2$ ;  $64 = 8^2$ ;  $144 = 12^2$ ;  $324 = 18^2$ .
- 10.** a) Dacă  $\sqrt{1xy}$  este număr natural, atunci  $\overline{1xy} \in$  .....  
b) Dacă  $\sqrt{3ab}$  este număr natural, atunci  $a + b \in$  .....
- 11.** Rădăcinile pătrate ale numerelor:  
a)  $2^2 \cdot 3^4$ ;  $2^6 \cdot 5^2$ ;  $5^4 \cdot 7^2$ ;  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$  sunt .....  
b) 576; 1024; 1764; 15876 sunt .....
- 12.** a) Pătrate perfecte mai mici decât 51 sunt .....  
b) Pătrate perfecte cuprinse între 200 și 391 sunt .....
- 13.** a) Mulțimea  $M = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^2 \leq x < 6^2\}$  are ..... elemente.  
b) Numărul pătratelor perfecte cuprinse între  $2^2$  și  $7^2$  este egal cu .....
- 14.** Efectuând următoarele calcule se obține:  
a)  $\sqrt{13^2 - 5^2} =$  .....  
b)  $\sqrt{12^2 + 16^2} =$  .....  
c)  $\sqrt{2 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^2} =$  .....  
d)  $\sqrt{9 \cdot 5^2 - 8 \cdot 5^2} =$  .....
- 15.** a) Pătrate perfecte de trei cifre sunt: .....  
b) Numerele de forma  $5n + 2$ ,  $5n + 3$ ,  $5n + 7$  și  $5n + 8$  nu pot fi pătrate perfecte deoarece .....
- 16.** Folosind un calculator, scrieți cu două zecimale exacte numerele:  
a)  $\sqrt{19} =$  .....;      b)  $\sqrt{111} =$  .....;      c)  $\sqrt{631} =$  .....

**17.** a) Două numere întregi consecutive între care se poate încadra numărul  $\sqrt{31}$  sunt ..... și .....

b) Aproximarea prin lipsă la sutimi a numărului  $\sqrt{31}$  este .....

c) Aproximarea prin adaos la miimi a numărului  $\sqrt{31}$  este .....

d) Rotunjirea la zecimi de miimi a numărului  $\sqrt{31}$  este .....

**18.** Numerele naturale  $x$  pentru care:

a)  $4 < \sqrt{x} < 5$  sunt: .....

b)  $\sqrt{3} < x < \sqrt{19}$  sunt: .....

**19.** Trei numere raționale cuprinse între:

a)  $\sqrt{2}$  și  $\sqrt{3}$  sunt: .....

b)  $\sqrt{17}$  și  $\sqrt{18}$  sunt: .....

**20.** Se consideră mulțimile:  $A = \left\{0; \frac{1}{2^0}; \frac{1}{2^1}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \frac{64}{16}\right\}$  și  $B = \{\sqrt{x}, x \in A \text{ și } \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$ . Cardinalul mulțimii  $B$  este ....., deoarece  $B = \{.....\}$ .

**21.** Se consideră mulțimea  $A = \left\{\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; ...; \frac{1}{19}; \frac{1}{20}\right\}$ . Mulțimea  $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \in A\}$  are ..... elemente.

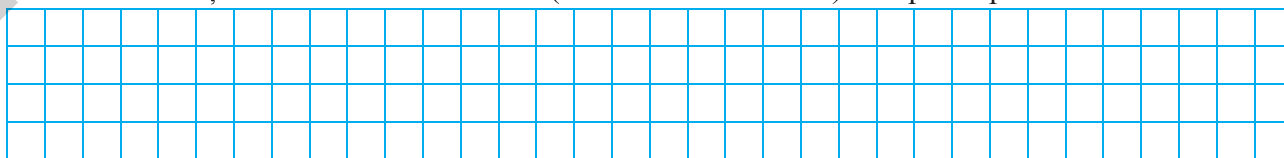
**22.** Se consideră mulțimea  $M = \left\{\sqrt{0,16}; \sqrt{\frac{9}{49}}; \sqrt{\frac{121}{25}}; \sqrt{\frac{4}{169}}\right\}$ . Numărul fracțiilor subunitare din această mulțime este egal cu .....

**23.** Calculând rădăcinile pătrate ale numerelor:  $\frac{25}{49}; \left(\frac{2}{3}\right)^4; 0,25; \frac{1}{2500}; \frac{196}{324}$  se obțin rezultatele: .....

**24.** Precizați rădăcina pătrată a numărului  $n$  cu aproximație de o unitate (prin lipsă și prin adaos) dacă:  
a)  $n = 37$ ; b)  $n = 71$ .

**Soluție:** a) Deoarece  $36 < 37 < 49$ , adică  $6^2 < 37 < 7^2$ , rezultă că  $6 < \sqrt{37} < 7$  și  $\sqrt{37} \approx 6$  (prin lipsă), respectiv  $\sqrt{37} \approx 7$  (prin adaos).

**25.** Demonstrați că numărul  $n = 2019 + 2(1 + 2 + 3 + ... + 2018)$  este pătrat perfect.



1. a) Desenați un patrulater  $ABCD$  convex.

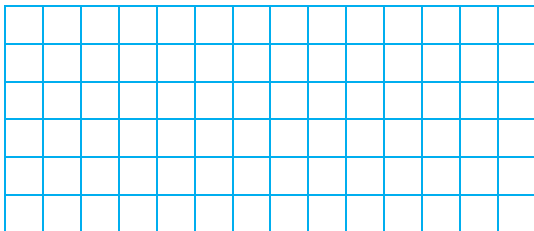


Fig. 1.a

- b) Desenați un patrulater  $MNPQ$  concav.

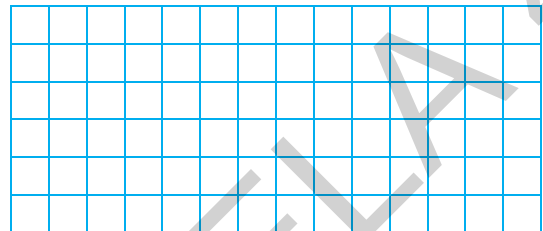
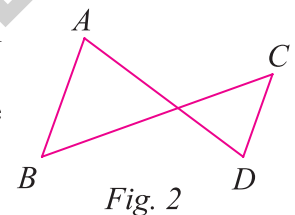


Fig. 1.b

2. Examinați cu atenție figura 2. Explicați de ce figura  $ABCD$  nu este un patrulater.

**Demonstrație:** În figura alăturată  $ABCD$  nu este patrulater, deoarece segmentele  $AD$  și  $BC$  .....



3. Desenați un patrulater convex  $ABCD$  care să aibă:

- două laturi opuse congruente;
- două laturi opuse paralele și congruente;
- două unghiuri alăturate suplementare;
- două unghiuri alăturate congruente.

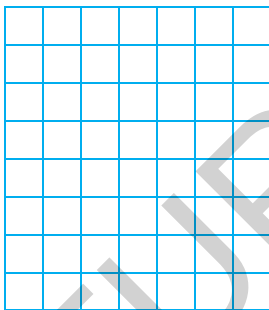


Fig. 3.a

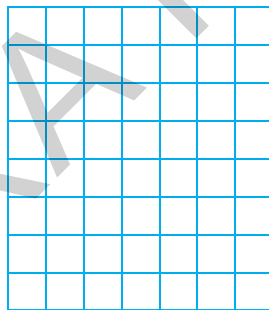


Fig. 3.b

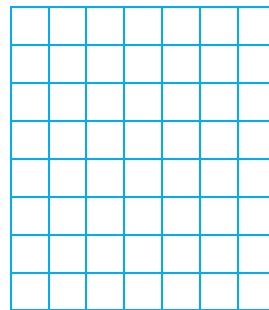


Fig. 3.c

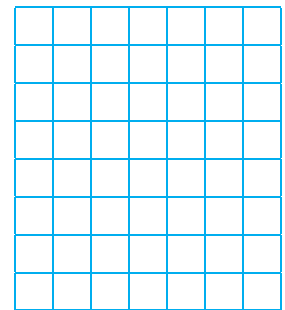


Fig. 3.d

4. Fie patrulaterul convex  $ABCD$  din figura alăturată. Calculați suma măsurilor unghiurilor patrulaterului.

**Demonstrație:** În  $\triangle ABC$  suma măsurilor unghiurilor este de  $180^\circ$ , adică:

$$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = \dots^\circ \quad (1).$$

În triunghiul  $ADC$  ....., adică

$$\dots = 180^\circ \quad (2).$$

Din (1) și (2)  $\Rightarrow$  .....

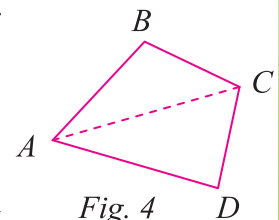


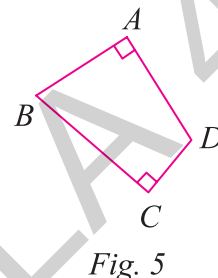
Fig. 4

**5.** a) Judecați și notați dacă se poate construi un patrulater convex, astfel încât suma măsurilor a trei unghiuri să fie  $170^\circ$ .

b) Un patrulater  $ABCD$  are unghiurile  $A$  și  $C$  drepte și unghiul  $B$  ascuțit. Demonstrați că unghiul  $D$  este obtuz.

**Demonstrație:** a) Cum suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este de  $360^\circ$  și suma măsurilor celor trei unghiuri este  $170^\circ$ , înseamnă că măsura ..... ar fi  $360^\circ - 170^\circ = \dots^\circ$ , ceea ce ....., deoarece  $0^\circ \leq x^\circ \leq 180^\circ$ . Deci, .....

b) În figura alăturată:  $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$ . Dar  $\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle B + \sphericalangle D = \dots = \dots^\circ \Rightarrow \sphericalangle D = \dots^\circ$ . Cum  $\sphericalangle B$  este unghi ascuțit  $\Rightarrow \sphericalangle B < \dots^\circ \Rightarrow \sphericalangle D > \dots^\circ$ , adică  $\sphericalangle D$  este unghi obtuz.



**6.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că ele sunt direct proporționale cu numerele 2, 3, 4 și 6.

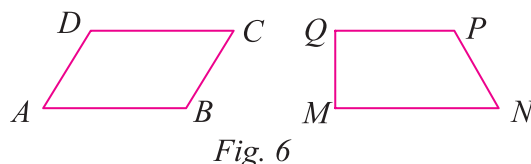
**Demonstrație:** Fie patrulaterul  $ABCD$ . Avem:  $\frac{\sphericalangle A}{2} = \frac{\sphericalangle B}{3} = \frac{\sphericalangle C}{4} = \frac{\sphericalangle D}{6} = \frac{\dots}{2+3+4+6} = \frac{360^\circ}{\dots} = 24^\circ$ .

Din  $\frac{\sphericalangle A}{2} = 24^\circ \Rightarrow \sphericalangle A = 2 \cdot 24^\circ = 48^\circ$  .....

Deci, măsurile unghiurilor patrulaterului sunt:  $48^\circ$ ,  $\dots^\circ$ ,  $\dots^\circ$ ,  $\dots^\circ$ .

**7.** Specificați care dintre figurile ce urmează este paralelogram; justificați răspunsul dat.

**Demonstrație:**  $ABCD$  ....., deoarece  $AB \parallel CD$  și  $MNPQ$  ....., deoarece  $MN \parallel PQ$  și .....



**8.** Enunțați proprietățile paralelogramului:

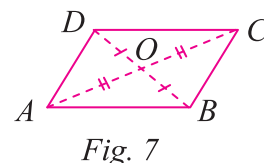
a) Într-un paralelogram, laturile ....., adică  $AB \equiv CD$  și  $\dots \equiv \dots$ .

b) Într-un paralelogram, unghiurile opuse sunt ....., adică  $\sphericalangle A \equiv \dots$  și  $\sphericalangle B \equiv \dots$ .

c) Într-un paralelogram, unghiurile alăturate sunt ....., adică  $\sphericalangle A + \sphericalangle B = \dots^\circ$ .

d) Într-un paralelogram, diagonalele ....., adică  $AO \equiv \dots$  și  $BO \equiv \dots$ .

e) Punctul de intersecție a diagonalelor unui paralelogram este ..... al acestuia, adică  $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$  este ..... al paralelogramului  $ABCD$ .



**9.** În paralelogramul  $ABCD$  se știe că:  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 3$  cm și  $BO = 1$  cm. Calculați măsurile unghiurilor  $B$ ,  $C$  și  $D$  ale paralelogramului și lungimile segmentelor  $DO$  și  $BD$ .

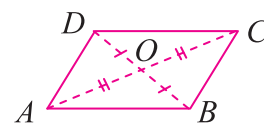
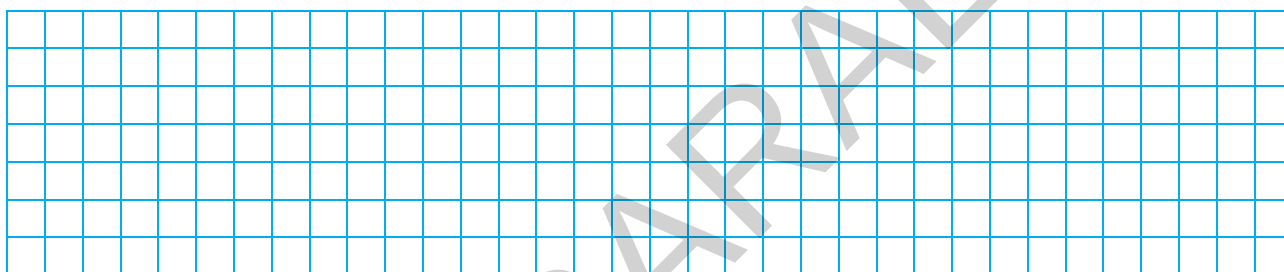


Fig. 8

**Soluție:** Într-un paralelogram, unghiurile opuse sunt .....  $\Rightarrow \angle C = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$ . Într-un paralelogram, unghiurile consecutive (alăturate) sunt ....., adică  $\angle A + \angle B = \dots\dots\dots^\circ \Rightarrow 60^\circ + \angle B = 180^\circ \Rightarrow \angle B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$ . Cum  $\angle D \equiv \angle B \Rightarrow \angle D = \dots\dots\dots$ . Într-un paralelogram, diagonalele .....  $\Rightarrow BO \equiv DO \Rightarrow DO = BO = 1$  cm  $\Rightarrow BD = \dots\dots\dots$  cm.

**10.** Fie  $A, B, C$  trei puncte necoliniare și  $O$  mijlocul segmentului  $AC$ . Dacă  $D$  este simetricul punctului  $B$  față de punctul  $O$ , specificați natura patrulaterului  $ABCD$ .

**Soluție:** Punctul  $D$  este ..... punctului  $B$  față de punctul  $O$ ; înseamnă că  $O$  este ..... segmentului  $BD$ . Dar  $O$  este și ..... segmentului  $AC$ . Cum diagonalele patrulaterului  $ABCD$  au același mijloc, rezultă că  $ABCD$  este .....



**11.** Analizați figura alăturată și demonstrați că patrulaterul  $ABCD$  este un paralelogram.

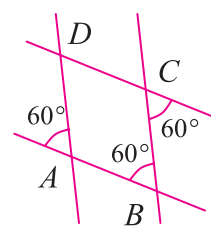
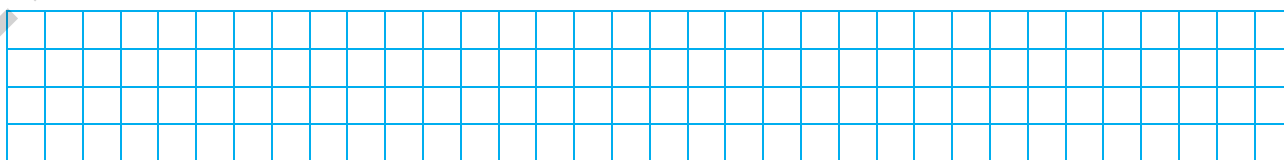


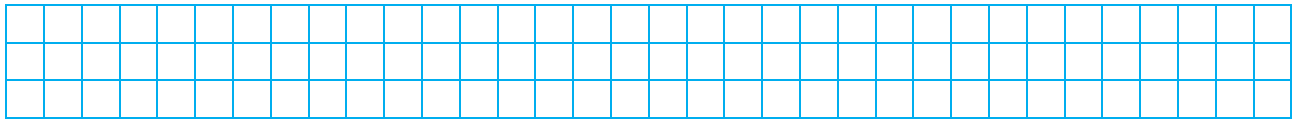
Fig. 9

**Soluție:** Dreptele  $AD$  și  $BC$  formează cu secanta  $AB$  unghiuri .....  $\Rightarrow \Rightarrow$  dreptele  $AD$  și  $BC$  sunt ..... Dreptele  $AB$  și  $CD$  formează cu secanta  $BC$  unghiuri .....  $\Rightarrow$  dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt ..... Deci, patrulaterul  $ABCD$  este un paralelogram deoarece laturile opuse sunt ..... două câte două.

**12.** Fie  $ABCD$  un paralelogram, punctul  $O \in AC$  cu  $OA = OC$  și  $M$  un punct oarecare pe segmentul  $AB$ . Dacă  $N$  este simetricul lui  $M$  față de  $O$ , demonstrați că  $AMCN$  este paralelogram.

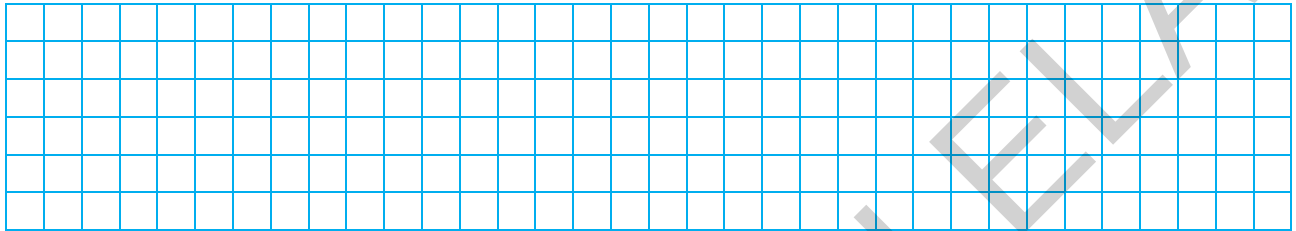
**Soluție:** Cum punctul  $N$  este ..... punctului  $M$  față de punctul  $O \Rightarrow O$  este ..... segmentului  $MN$ . Dar  $O$  este și ..... segmentului  $AC$ . Deci, patrulaterul .....





**13.** Construiți triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 2$  cm,  $BC = 1$  cm și  $AC = 2,5$  cm.

**Soluție:** Se construiește segmentul  $AC$  de lungime 2,5 cm. Se construiesc cercul cu centrul în  $A$  și de rază 2 cm și cercul cu centrul în  $C$  și de rază 1 cm. Fie  $B$  unul dintre punctele de intersecție a celor două cercuri. Triunghiul determinat de punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  este triunghiul căutat. Într-adevăr,  $AC = 2,5$  cm,  $AB = 2$  cm (raza cercului cu centrul în  $A$ ) și  $BC = 1$  cm (raza cercului cu centrul în  $C$ ).



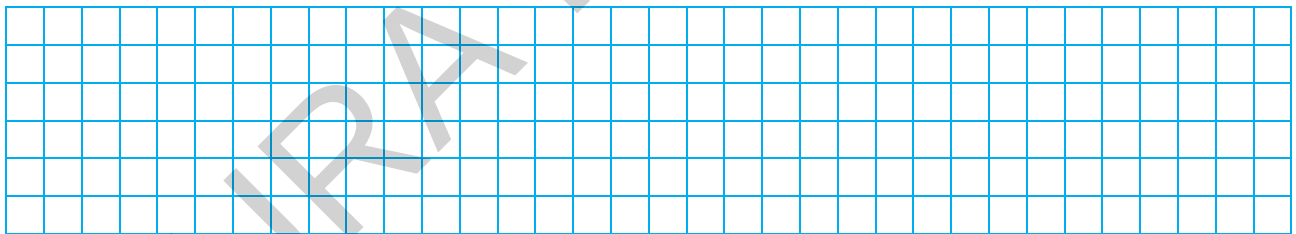
**14.** Construiți și explicați cum se construiește un paralelogram  $MNPQ$ , astfel încât  $MN = 2$  cm,  $NP = 1$  cm și  $MP = 2,5$  cm.

**Soluție:** Se construiește triunghiul  $MNP$  (ca în problema precedentă), adică .....

.....

.....

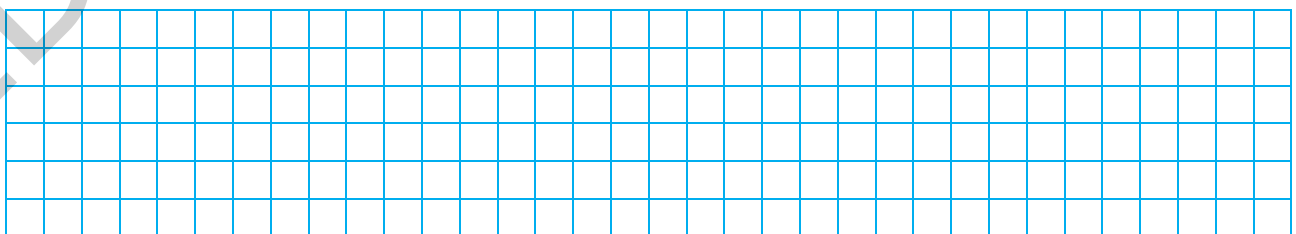
Fie  $O$  mijlocul segmentului  $MP$  și fie  $Q$  simetricul punctului  $N$  față de punctul  $O$ . Cum  $O$  este mijlocul segmentelor ..... și ....., înseamnă că  $MNPQ$  este .....



**15.** Explicați cum construiți un paralelogram  $ABCD$ , astfel încât  $AC = 5$  cm,  $BD = 4$  cm și  $\angle AOB = 55^\circ$ .

**Soluție:** Se construiește triunghiul  $AOB$ , unde  $AO = \frac{AC}{2}$ ,  $BO = \frac{BD}{2}$ , adică  $AO = \dots$  cm,  $BO = \dots$  cm și  $\angle AOB = 55^\circ$ . Se consideră punctele  $C$  și  $D$  .....  $A$  și  $B$  față de punctul  $O$ .

Cum diagonalele patrulaterului  $ABCD$  au ..... mijloc  $\Rightarrow ABCD$  este .....



**16.** Perimetrul unui paralelogram este 28 cm, iar lungimea uneia dintre laturi este cu 2 cm mai mare decât lungimea celeilalte laturi. Calculați lungimile laturilor paralelogramului.

**Soluție:** Fie  $a$  și  $b$  lungimile a două laturi consecutive ale paralelogramului. Latura opusă laturii de lungime  $a$  are lungimea ....., iar latura opusă celei de lungime  $b$  are lungimea .....  
Perimetrul paralelogramului este ....., adică  $2a + 2b = 28 \Rightarrow a + b = \dots$ . Cum  $b = a + 2 \Rightarrow a + (a + 2) = 14 \Rightarrow \dots$ . Deci, laturile paralelogramului sunt de ..... cm și, respectiv, ..... cm.

**17.** În figura alăturată,  $ABCD$  este un paralelogram și  $M, N, P, Q$  sunt mijloacele segmentelor  $OA, OB, OC, OD$ . Demonstrați că  $MNPQ$  este paralelogram și reformulați enunțul problemei scriind ipoteza și concluzia.

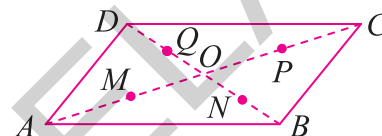


Fig. 10

**Ipoteză:**  $AB \dots CD$ ;  $BC \dots AD$ ;  $M, P \in \dots$ ;  $AM \dots MO$ ,  $OP \dots CP$ ;  $N, Q \in \dots$ ;  $BN \dots NO$ ,  $OQ \dots QD$ .

**Concluzie:** .....

**Demonstrație:** Cum  $ABCD$  este paralelogram  $\Rightarrow AO = CO$  și  $BO = DO$ . Dar  $M, P$ , respectiv  $N, Q$  sunt mijloacele segmentelor ....., ....., respectiv ....., .....  $\Rightarrow MO = \frac{AO}{2} = \frac{CO}{2} = OP$  și  $NO = \frac{\dots}{2} = \frac{\dots}{2} = QO \Rightarrow MNPQ$  este ....., deoarece diagonalele lui .....

**18.** Fie  $ABCD$  un paralelogram și punctele  $E, F \in AC$ , astfel încât  $AD \equiv AE$  și  $BC \equiv CF$ .

a) Reformulați enunțul problemei scriind ipoteza și concluzia.

b) Demonstrați că  $BFDE$  este paralelogram.

**Soluție:**

a) **Ipoteză:**  $AB \dots CD$ ;  $BC \dots AD$ ;  $E, F \in AC$ .

**Concluzie:** .....

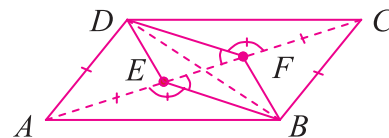


Fig. 11

b) **Demonstrație:** Se compară  $\triangle ABE$  cu  $\triangle CDF$ ;  $AB \equiv \dots$  (din .....);  $AE \equiv \dots$  ( $AE = AD = BC = CF$ );  $\angle BAE \equiv \dots$  (alterne interne)  $\Rightarrow \triangle \dots \equiv \triangle \dots \Rightarrow BE \equiv DF$  (1) și  $\angle AEB \equiv \angle CFD$  (2). Din (2)  $\Rightarrow \angle BEF \equiv \dots$  (au suplemente congruente). Dar  $\angle BEF$  și  $\angle DFE$  sunt unghiuri ..... pentru dreptele  $BE$  și  $DF$  cu secanta  $EF \Rightarrow BE \parallel DF$  și conform (1)  $\Rightarrow BFDE$  este paralelogram pentru că are două laturi opuse ..... și .....

# GEOMETRIE

## CAPITOLUL I. PATRULATERUL

1. Se realizează desenele. 2. se intersectează. 3. Se realizează desenele. 4.  $180^\circ$  (1);  $\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$  (2). Din (1) și (2)  $\Rightarrow \angle BAC + \angle CAD + \angle ADC + \angle DCA + \angle ACB + \angle CBA = 360^\circ \Rightarrow \angle BAD + \angle ADC + \angle DCB + \angle CBA = 360^\circ$ . 5. a)  $360^\circ$ ; măsura celui de al patrulea unghi ar fi  $360^\circ - 170^\circ = 190^\circ$ , ceea ce este absurd, deoarece  $0^\circ \leq x^\circ \leq 180^\circ$ . Deci, nu există; b)  $360^\circ - 180^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle D = 180^\circ - \angle B$  și, cum  $\angle B < 90^\circ \Rightarrow \angle D > 90^\circ$ , adică  $\angle D$  este obtuz. 6.  $\frac{360^\circ}{15} = 24^\circ \Rightarrow \angle A = 2 \cdot 24^\circ = 48^\circ$ ,  $\angle B = 3 \cdot 24^\circ = 72^\circ$ ,  $\angle C = 4 \cdot 24^\circ = 96^\circ$ ;  $\angle D = 6 \cdot 24^\circ = 144^\circ$ ;  $48^\circ, 72^\circ, 96^\circ, 144^\circ$ . 7.  $ABCD$  este paralelogram, deoarece  $AB \parallel CD$  și  $AD \parallel BC$ .  $MNPQ$  este trapez, deoarece  $MN \parallel PQ$  și  $MQ \nparallel PN$ . 8. a) opuse sunt congruente, adică  $AB \equiv CD$  și  $BC \equiv AD$ ; b) unghiurile opuse sunt congruente, adică  $\angle A \equiv \angle C$  și  $\angle B \equiv \angle D$ ; c) unghiurile alăturate sunt suplementare, adică  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ; d) diagonalele se înjumătățesc, adică  $AO \equiv CO$  și  $BO \equiv DO$ ; e) centrul acestuia, adică  $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$  este centrul de simetrie al paralelogramului. 9. congruente  $\Rightarrow \angle C = \angle A = 60^\circ$ ; suplementare, adică  $\angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ . Cum  $\angle D \equiv \angle B \Rightarrow \angle D = 120^\circ$ . Într-un paralelogram, diagonalele se înjumătățesc  $\Rightarrow BO \equiv DO \Rightarrow DO = BO = 1$  cm și  $BD = 2$  cm. 10. simetricul;  $O$  este mijlocul lui  $BD$ . Dar  $O$  este și mijlocul segmentului  $AC$ . Cum diagonalele patrulaterului  $ABCD$  au același mijloc  $\Rightarrow ABCD$  este paralelogram. 11. corespondente congruente  $\Rightarrow AD$  și  $BC$  sunt paralele; alterne interne congruente  $\Rightarrow AB$  și  $CD$  sunt paralele; paralele. 12. Se realizează desenul; simetricul; mijlocul segmentului  $MN$ . Dar  $O$  este și mijlocul segmentului  $AC$ . Deci,  $AMCN$  este paralelogram, deoarece diagonalele se înjumătățesc. 13. Se face construcția. 14. Se desenează segmentul  $MP = 2,5$  cm. Se construiește un cerc cu centrul în  $M$  și raza de 2 cm și apoi un cerc cu centrul în  $P$  și raza de 1 cm. Unul dintre punctele de intersecție a celor două cercuri se notează cu  $N$ ;  $MP$  și  $NQ$ ; paralelogram. 15. Vezi indicația pentru a face construcția.  $AO = 2,5$  cm;  $BO = 2$  cm; simetricele punctelor  $A$  și  $B$  față de punctul  $O$ ; au același mijloc  $\Rightarrow ABCD$  este paralelogram. 16. Vezi indicația;  $a$ , respectiv  $b$ ;  $P = 2 \cdot (a + b) = 28$  cm;  $a + b = 14 \Rightarrow 2a + 2 = 14 \Rightarrow a = 6$  cm și  $b = 6 + 2 = 8$  cm. 17.  $AB \parallel CD$ ;  $BC \parallel AD$ ;  $AC \equiv AC$ ;  $BD \equiv BD$ ;  $MNPQ$  – paralelogram. **Demonstrație:**  $AO, CO$ , respectiv  $BO, DO$ ;  $NO = \frac{BO}{2} = \frac{DO}{2} = QO \Rightarrow MNPQ$  este paralelogram; se înjumătățesc. 18. a)  $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$ ,  $AE = AD$ ,  $CF = CB$ . **Concluzie:**  $EBFD$  – paralelogram; b) **Demonstrație:**  $AB \equiv CD$  (ipoteză),  $AE = CF$ ,  $\angle BAE \equiv \angle DCF \Rightarrow \triangle ABE \equiv \triangle CDF \Rightarrow \angle BEF \equiv \angle DFE$ ; alterne interne; paralele și congruente. 19. a) Se realizează figura; b)  $AB \parallel CD$ ;  $AB \equiv CD$ ; d)  $AECF$  – paralelogram; laturi opuse în paralelogram;  $FA \parallel CE$  cu secanta  $FE$ ; paralele. 20. a) segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale triunghiului; b) paralelă cu cea de-a treia latură și are lungimea egală cu jumătate din lungimea acesteia; c) Se construiește un triunghi  $ABC$  și se fixează mijloacele laturilor. Se calculează  $MP = \frac{a}{2}$ ,  $MN = \frac{b}{2}$  și  $PN = \frac{c}{2}$ . 21. a) mijlocul laturii opuse; b) concurente; centru de greutate al triunghiului; c) la  $\frac{2}{3}$  de vârf și  $\frac{1}{3}$  de bază; d) echivalente. 22. Se realizează figura. a)  $AG = (12 : 3) \cdot 2 = 8$  (cm); b)  $GN = 10 : 2 = 5$  (cm);  $CP = 3 \cdot GP = 3 \cdot 3 = 9$  (cm); d)  $GM = AG : 2 = 6 : 2 = 3$  (cm). 23. linie mijlocie  $\Rightarrow M_1M_4 \parallel BD$  și  $M_1M_4 = \frac{BD}{2}$  (1); linie mijlocie  $\Rightarrow M_2M_3 \parallel BD$  și  $M_2M_3 = \frac{BD}{2}$  (2). Din (1) și (2)  $\Rightarrow M_1M_4 \parallel M_2M_3$  și  $M_1M_4 = M_2M_3 \Rightarrow M_1M_2M_3M_4$  este paralelogram. 24. mijlocul; linie mijlocie. 25. a)  $MN \parallel BC$ ;  $NQ$  este linie mijlocie în  $\triangle ACP \Rightarrow AQ \equiv QP$ ; b) linie mijlocie în  $\triangle ABP \Rightarrow MQ = \frac{BP}{2} = \frac{CP}{2} = NQ$ . 26. a) paralelogramul cu un unghi drept; b) paralelogramul cu diagonalele congruente. 27. a)  $AB \parallel CD$  și  $BC \parallel AD$ ; b) congruente,  $AB \equiv CD$  și  $BC \equiv AD$ ; c)  $90^\circ$ ;  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ;